Aula 21

Circuitos de primeira ordem 2
RC

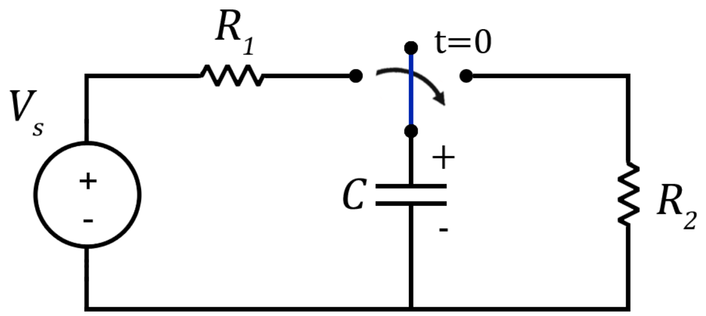
Circuitos Elétricos I

Prof. Henrique Amorim - UNIFESP - ICT - 2016

Revisão

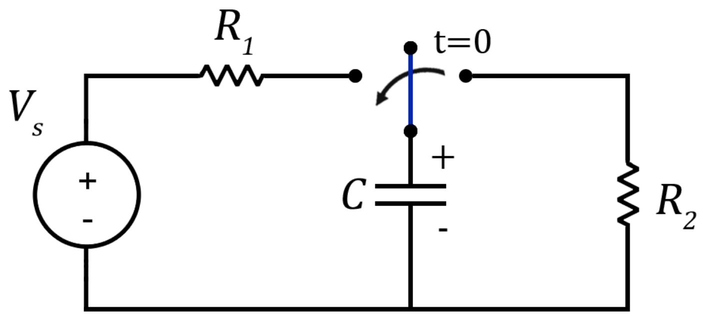
Um circuito de **primeira ordem** é caracterizado por uma **equação diferencial de primeira ordem**

Resposta Natural (descarga)



Resposta natural ou carga ou resposta sem fonte, se refere ao comportamento de corrente ou tensão do circuito, sem a presença de uma fonte

Resposta Forçada (carga)



Resposta forçada ou carga ou resposta ao degrau, se refere ao comportamento de corrente ou tensão do circuito, com a presença de uma fonte

Revisão

A tensão do capacitor não muda de forma abrupta

$$\mathbf{0^-} \rightarrow representa\ o\ instante\ anterior\ ao\ chaveamento$$
$$\mathbf{0^+} \rightarrow representa\ o\ instante\ postareior\ ao\ chaveamento$$

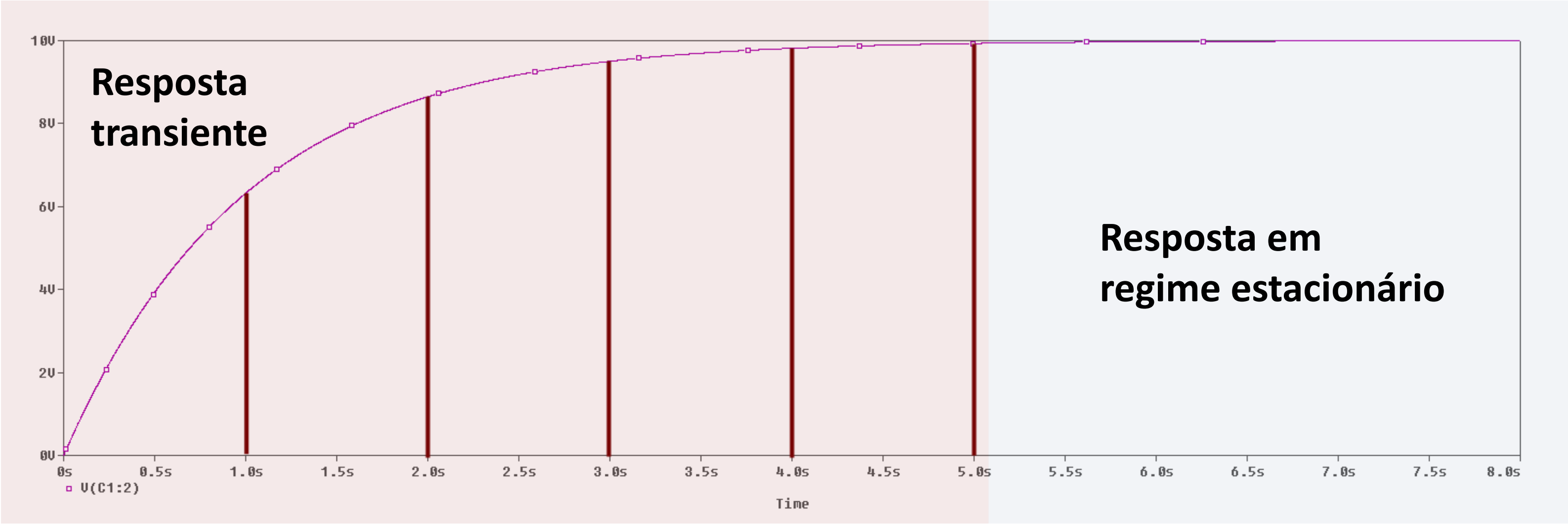
$$\boldsymbol{v_c(0^+) = v_c(0^-) = V_0}$$

$$i_c(t) = C\frac{dv_c}{dt}$$

$$v_C(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(t)dt + v(t_0)$$

$$\boldsymbol{v_{completa} = v_{estac} + v_{trans}}$$

$$\boldsymbol{v(t) = v(\infty) + \big(v(0) - v(\infty)\big) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}}$$



Revisão

Resposta forçada

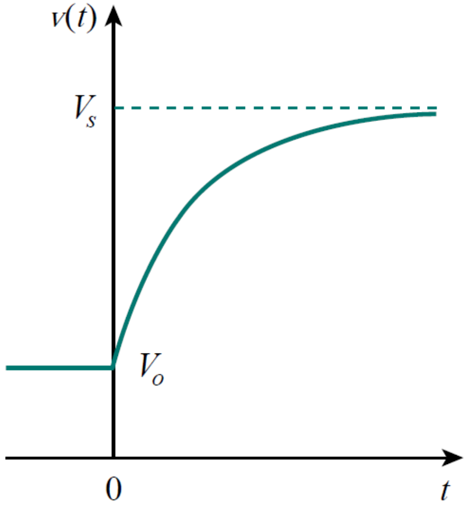
$$\tau = RC$$

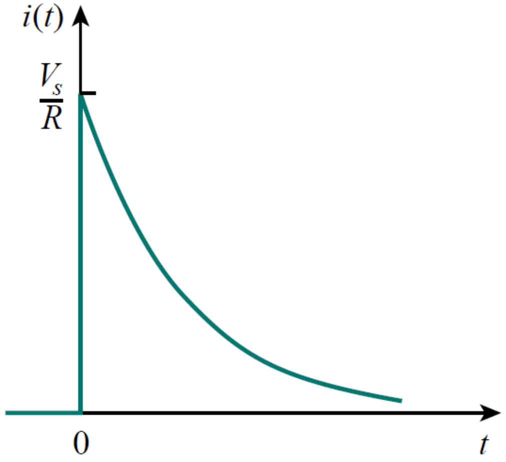
$$v_c(t) = V_S + (V_0 - V_S)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

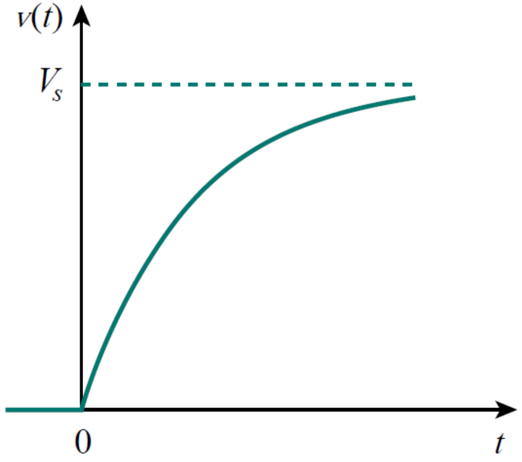
$$v_c(t) = V_S \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad (\boldsymbol{V_0 = 0})$$

$$i_c(t) = \frac{(V_S - V_0)}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_c(t) = \frac{V_S}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (\boldsymbol{V_0 = 0})$$

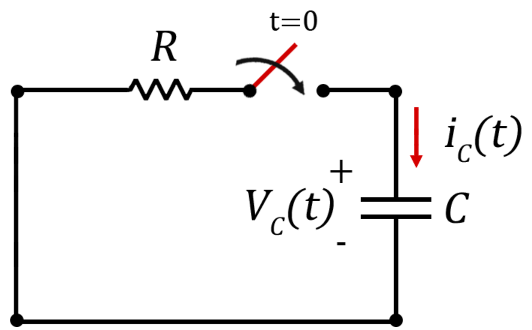






**A análise de 0^- e 0^+ para as relações de corrente é importante

Revisão



Resposta natural

$$v_c(t) = V_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad i_c(t) = -\frac{V_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

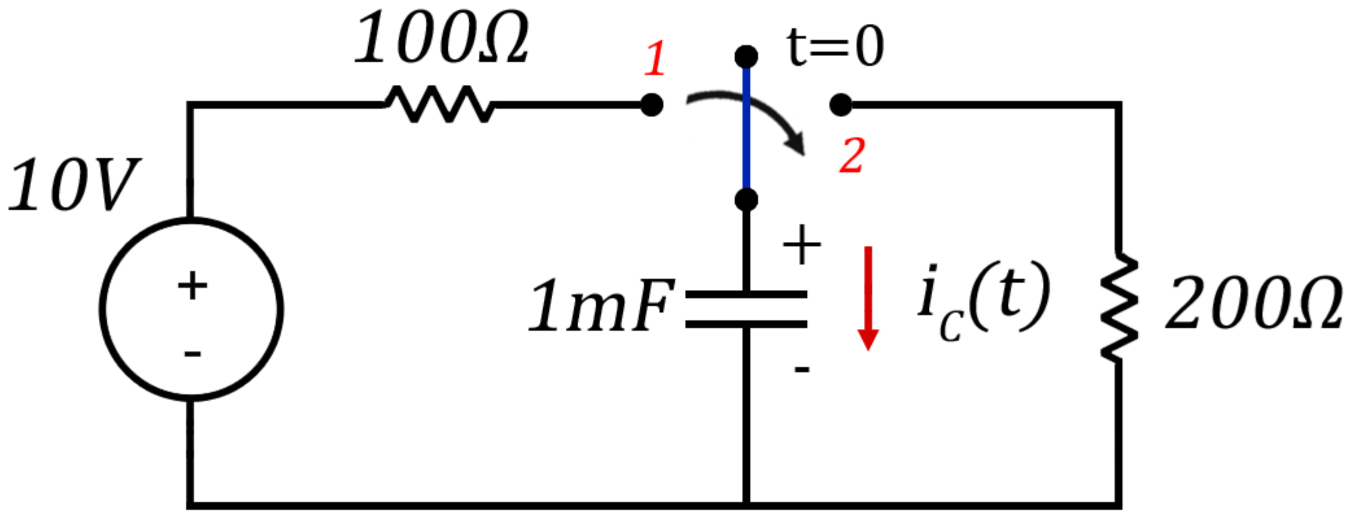
Constante de tempo

Tempo	$e^{-\frac{t}{\tau}}$	%**
$t = 1\tau$	0,36788	63,212%
$t = 2\tau$	0,13534	86,466%
$t = 3\tau$	0,04979	95,021%
$t = 4\tau$	0,01832	98,168%
$t = 5\tau$	0,00674	99,326%

** % carregado ou descarregado

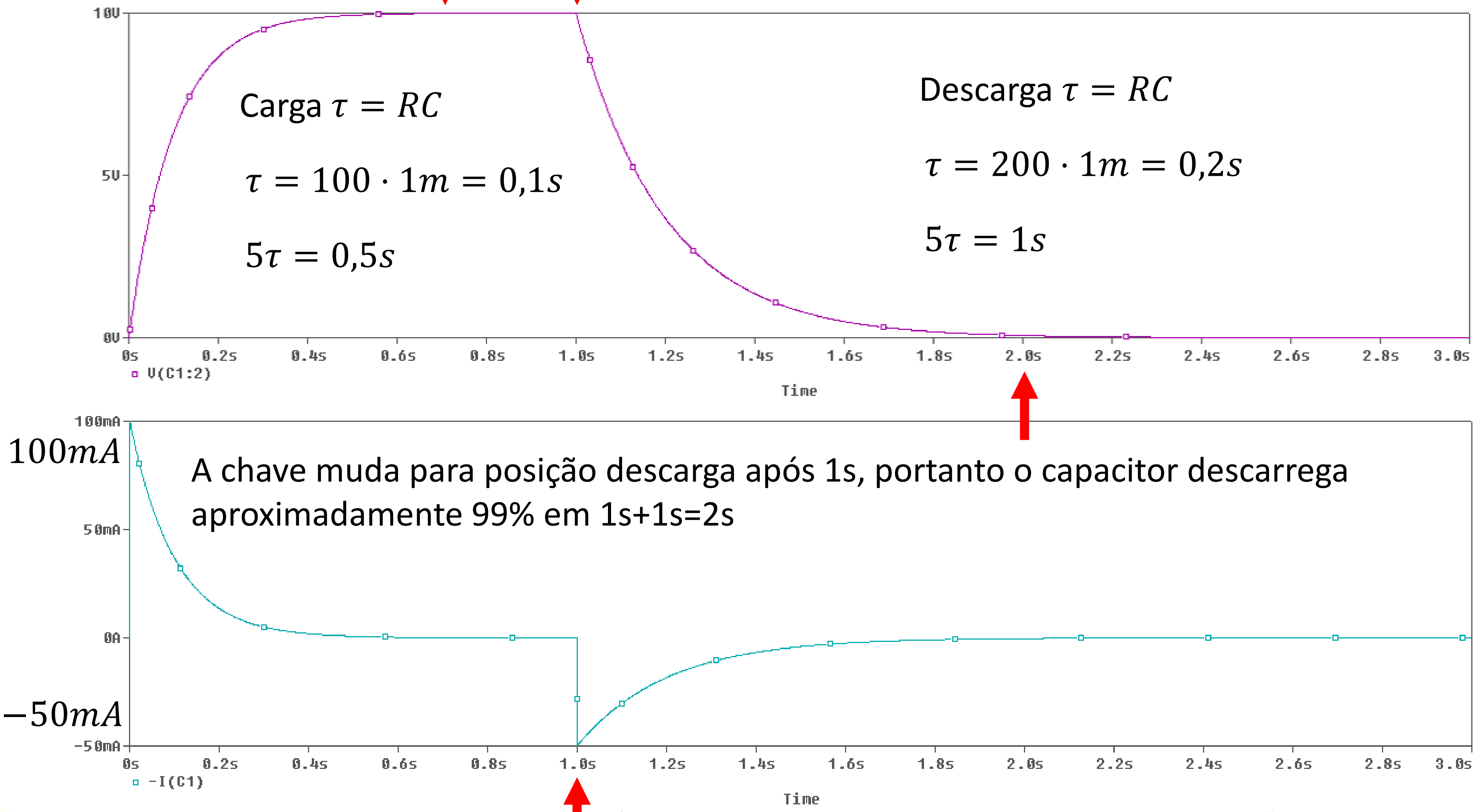
Resposta RC natural (descarga do capacitor)

Exemplo: A chave do circuito permaneceu na posição 1 por um 1 segundo, após este período foi instantaneamente posicionada em 2, analise a resposta.



Resposta RC natural (descarga do capacitor)

*Chave muda para descarga



*Inversão da direção da corrente

Estudo de caso 1 – LM555

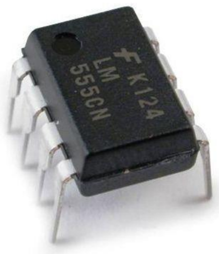
TEXAS INSTRUMENTS

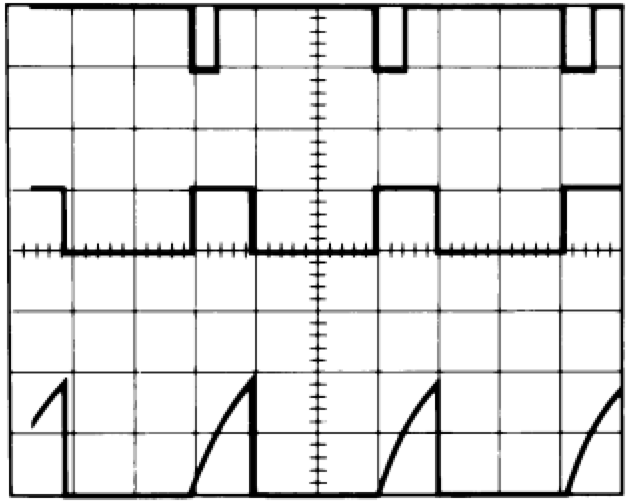
LM555

SNAS548D – FEBRUARY 2000 – REVISED JANUARY 2015

LM555 Timer

De forma geral o circuito integrado LM555 é um *timer* e oscilador



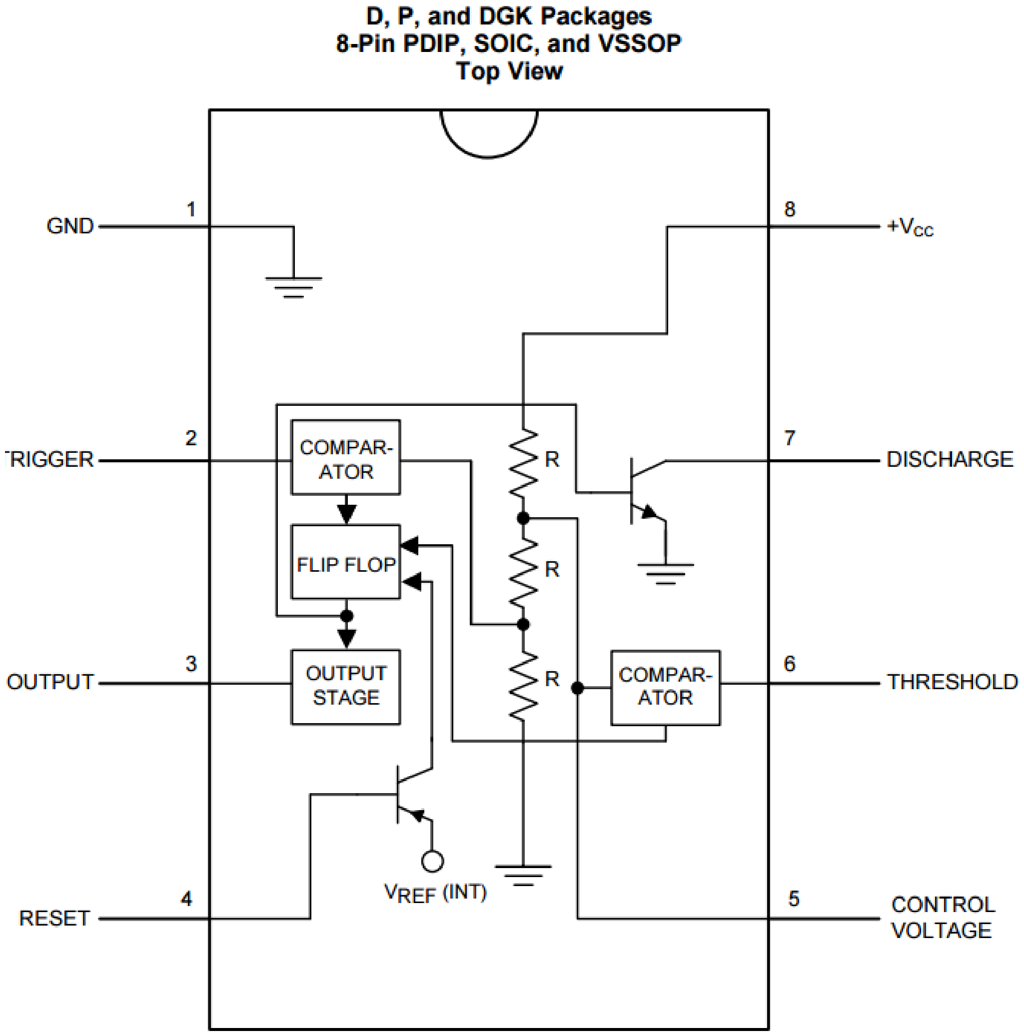


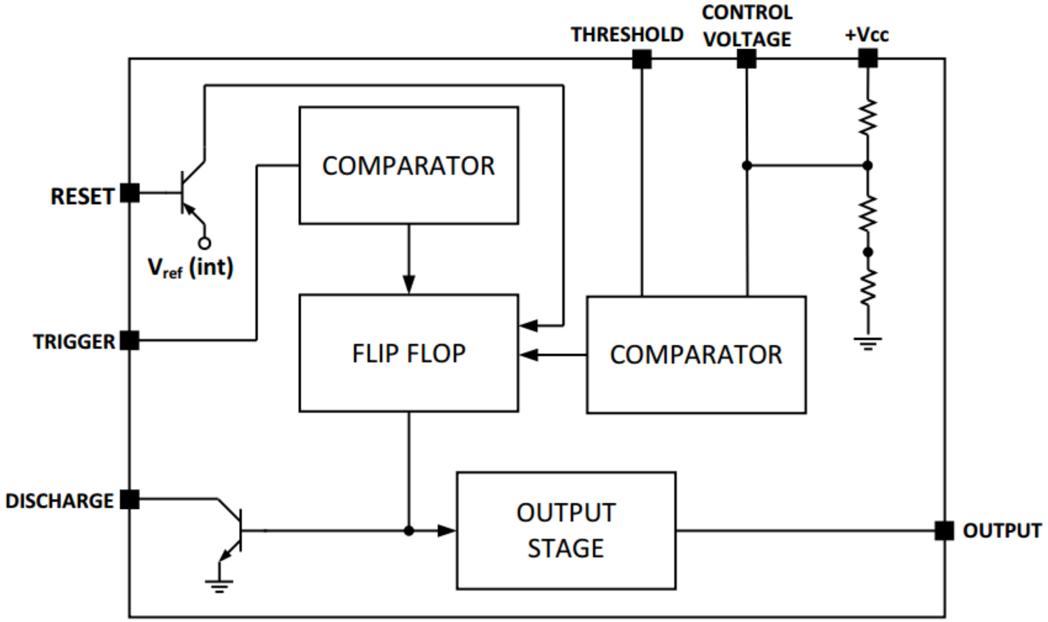
The frequency of oscillation is:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1.44}{(R_A + 2\,R_B)\,C}$$

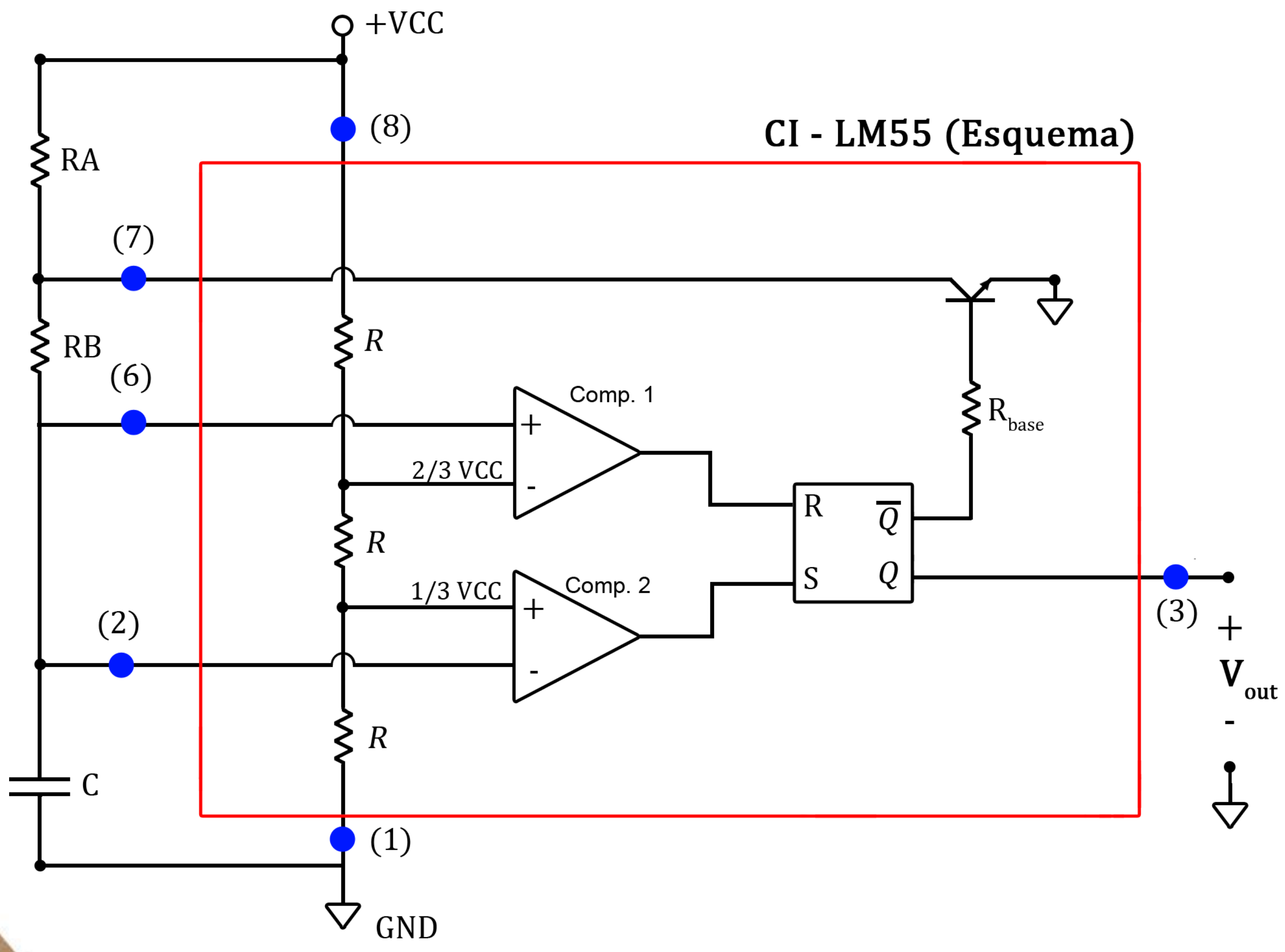
** Dado obtido do datasheet, a esta relação que devemos chegar

Estudo de caso 1 – LM555





Estudo de caso 1 – LM555



FLIP-FLOP RS

S	R	Q	$\bar{Q}$
1	0	1	0
0	1	0	1
0	0	(*)	(*)
1	1	X	X

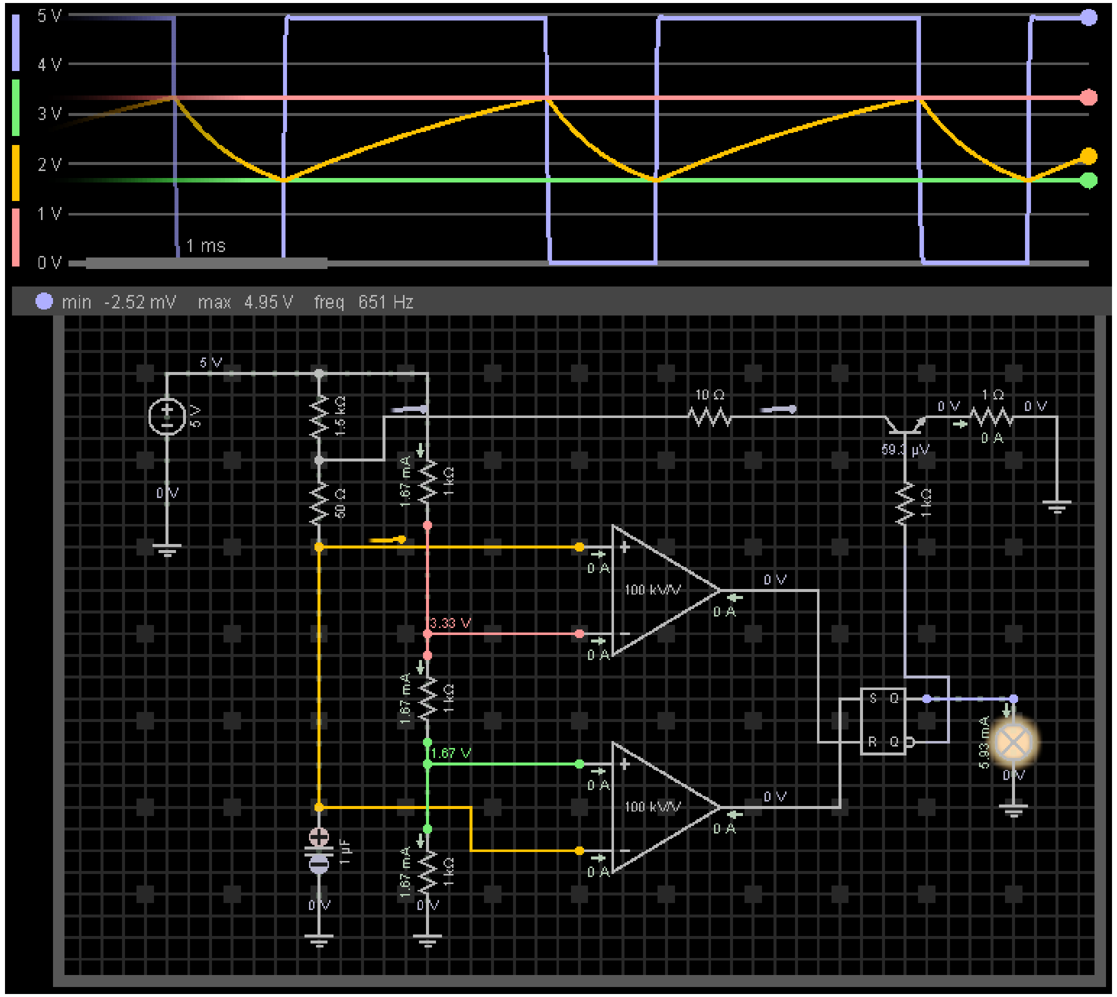
(*) Mantém o bit da anterior

(X) Não Permitido

$$bit\ 1 = VCC$$

$$bit\ 0 = 0$$

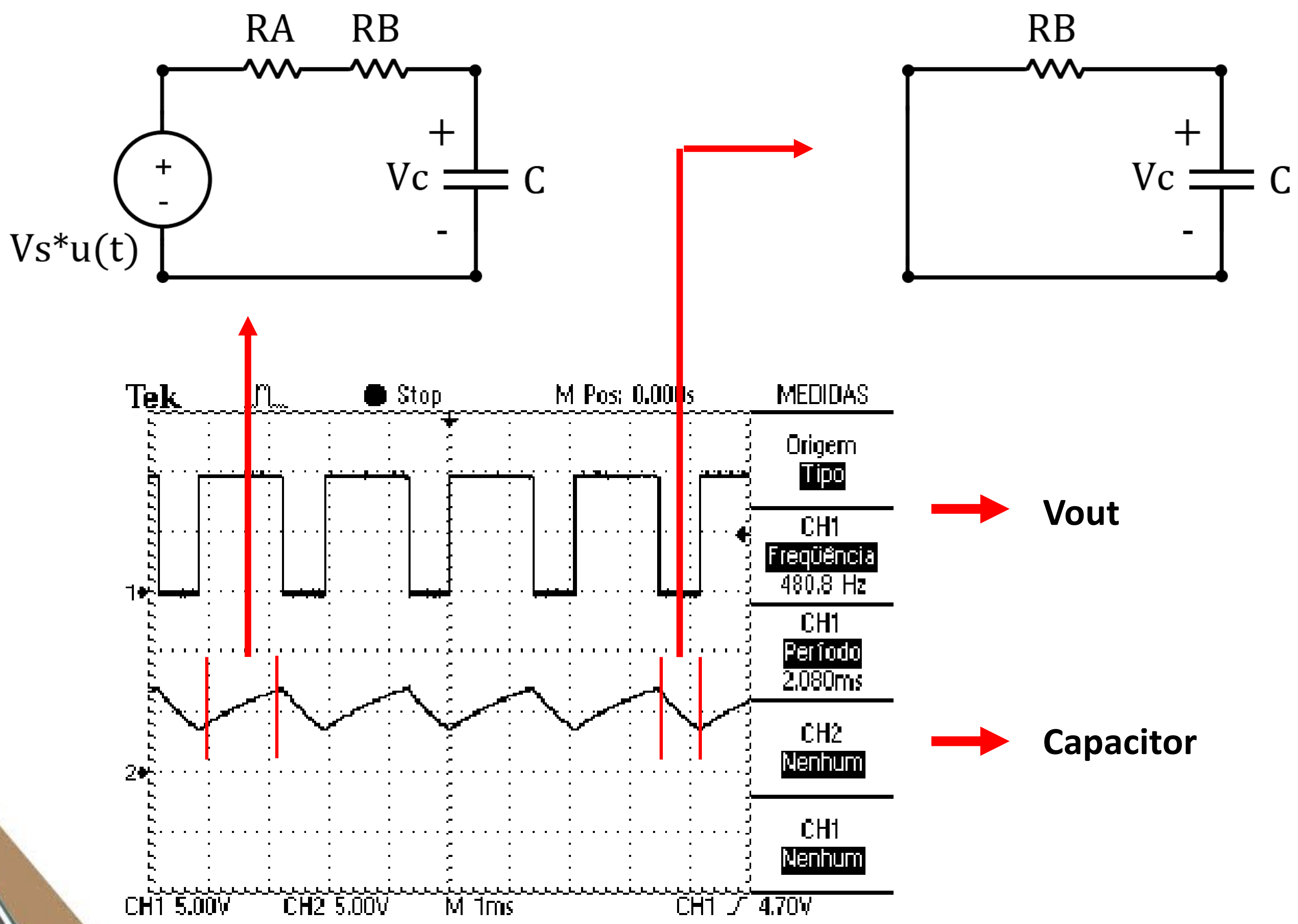
Estudo de caso 1 – LM555



EveryCircuit

https://everycircuit.com/circuit/5347163218903040

Estudo de caso 1 – LM555



Durante a carga:

$$V_0 = \frac{1}{3} V_{cc}$$

E queremos saber quanto tempo demora para chegarmos em:

$$v_c(t) = \frac{2}{3} V_{cc}$$

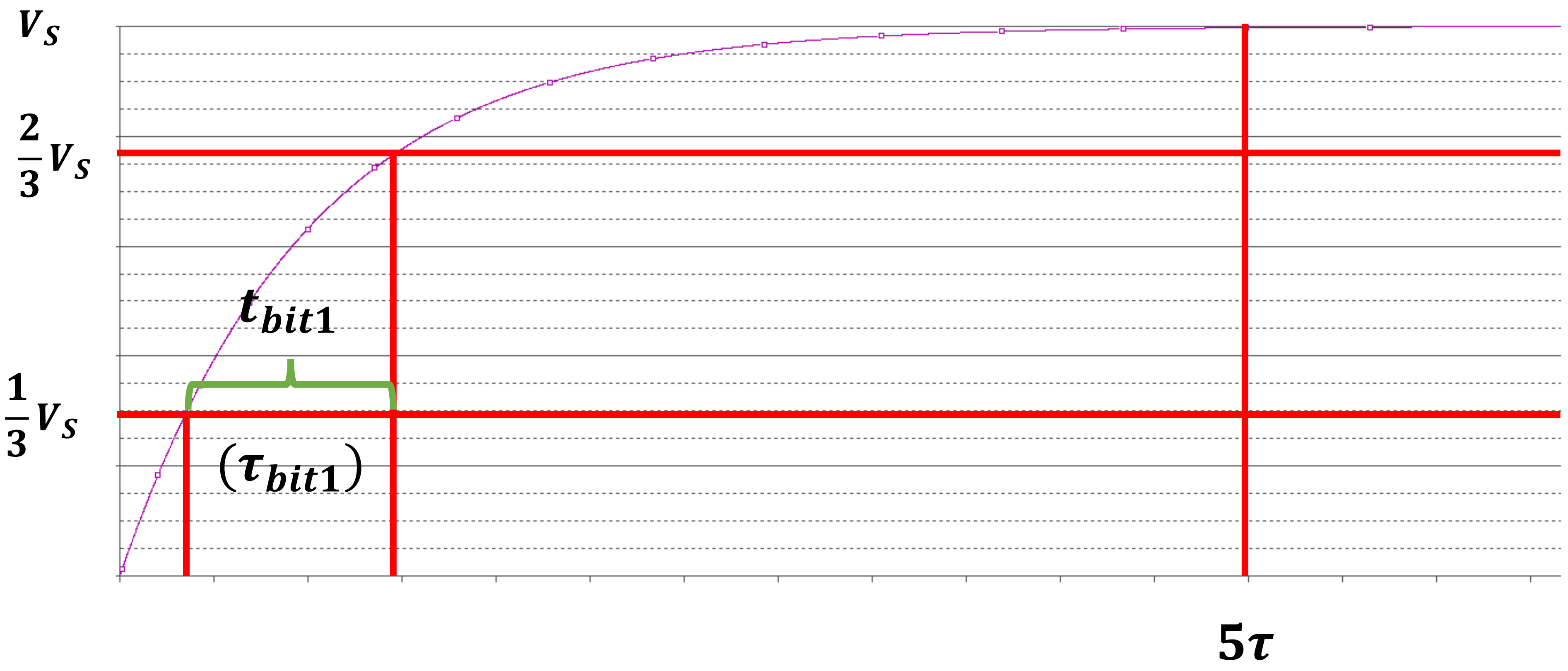
Durante a descarga:

$$V_0 = \frac{2}{3} V_{cc}$$

E queremos saber quanto tempo demora para descarregar até:

$$v_c(t) = \frac{1}{3} V_{cc}$$

Estudo de caso 1 – LM555



Para carga temos: $\tau_{bit1} = (R_a + R_b)C$ $\quad V_0 = \frac{1}{3}V_{cc} \quad v_C(t) = \frac{2}{3}V_{cc}$

Estudo de caso 1 – LM555

Sabemos que:

$$v_{c(t)} = V_s + (V_0 - V_s)e^{-\frac{t}{\tau_{bit1}}}$$

Onde:

$$v_{c(t)} = \frac{2}{3} \cdot V_{cc} \quad e \quad V_0 = \frac{1}{3} \cdot V_{cc}$$

Queremos saber qual é o tempo para a **carga** do capacitor considerando uma tensão inicial e uma tensão final. O tempo é dependente da constante de tempo.

$$\frac{2}{3} \cdot V_{cc} = V_{cc} + \left(\frac{1}{3} \cdot V_{cc} - V_{cc}\right)e^{-\frac{t}{\tau_{bit1}}}$$

$$\frac{2}{3} \cdot V_{cc} = V_{cc} + \left(-\frac{2}{3} \cdot V_{cc}\right)e^{-\frac{t}{\tau_{bit1}}}$$

$$-\frac{1}{3} \cdot V_{cc} = \left(-\frac{2}{3}\right)e^{-\frac{t}{\tau_{bit1}}}$$

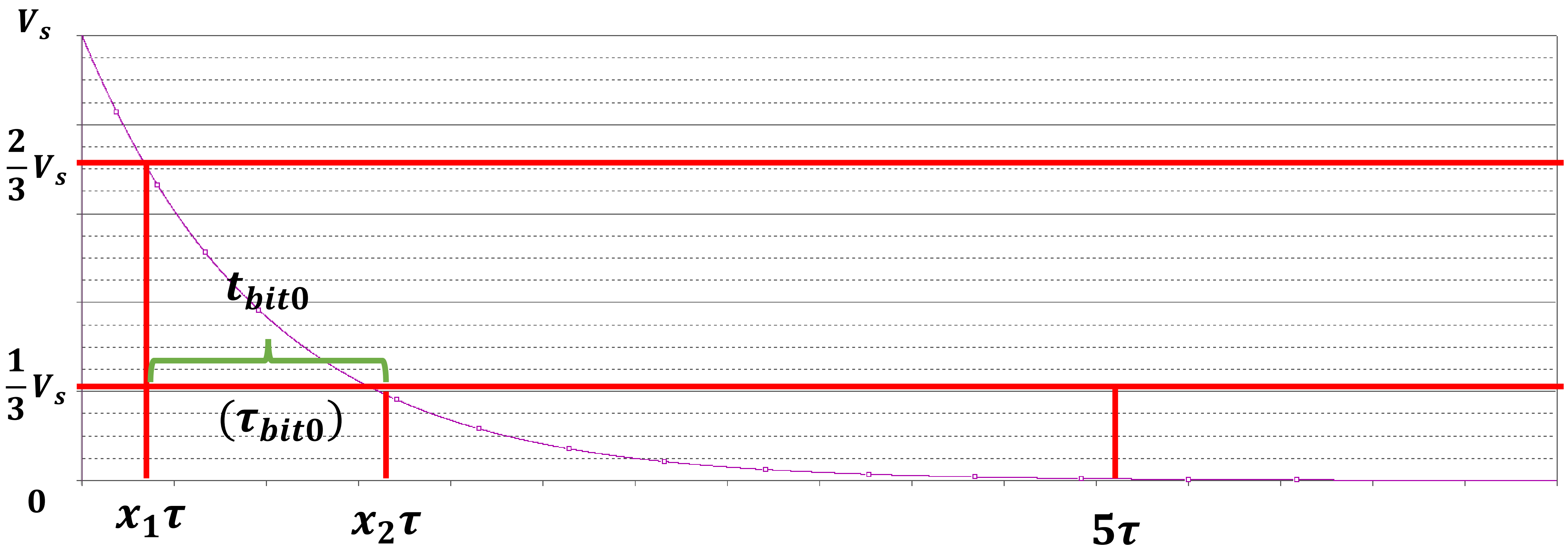
$$e^{-\frac{t}{\tau_{bit1}}} = \frac{1}{2}$$

$$-\frac{t}{\tau_{bit1}} = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\boxed{t = -\ln\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \tau_{bit1} \quad \therefore \quad t = 0{,}693 \cdot \tau_{bit1}}$$

$$\tau_{bit1} = (R_a + R_b)C$$

Estudo de caso 1 – LM555



Para carga temos: $\tau_{bit0} = R_b \cdot C$ $\quad V_0 = \frac{2}{3}V_{cc} \quad v_C(t) = \frac{1}{3}V_{cc}$

Estudo de caso 1 – LM555

Sabemos que:

$$v_{c(t)} = V_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{bit0}}}$$

Onde: $v_{c(t)} = \frac{1}{3} \cdot V_{cc}$ e $V_0 = \frac{2}{3} \cdot V_{cc}$

Queremos saber qual é o tempo para a **descarga** do capacitor considerando uma tensão inicial e uma tensão final. O tempo é dependente da constante de tempo.

$$v_{c(t)} = V_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{bit0}}}$$

$$\frac{1}{3} \cdot V_{cc} = \frac{2}{3} \cdot V_{cc} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{bit0}}}$$

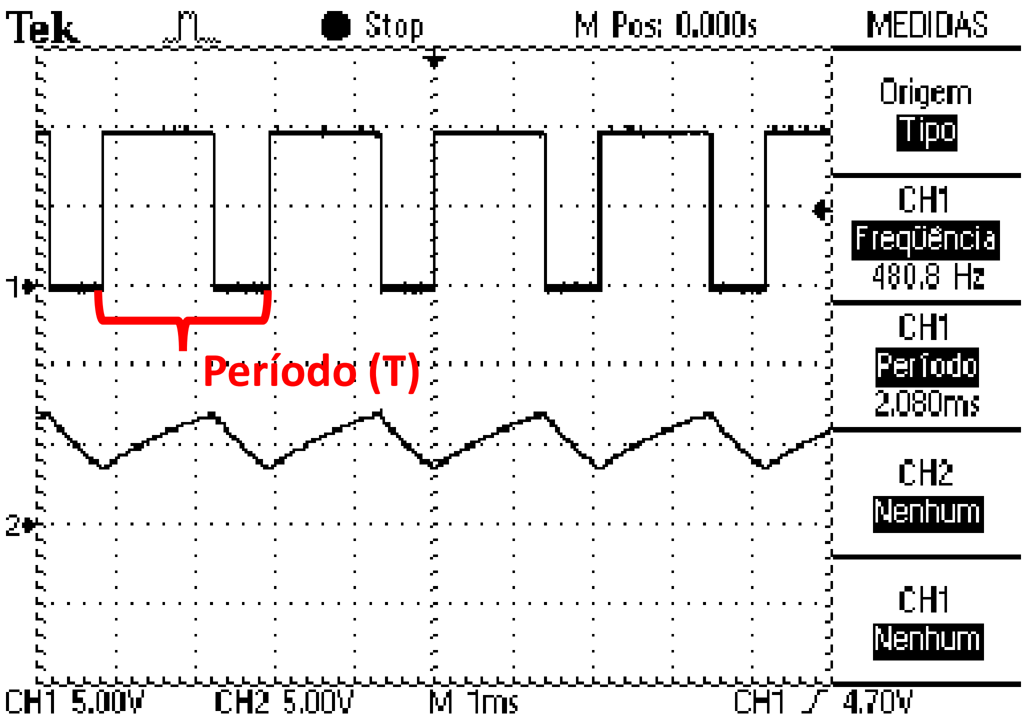
$$e^{-\frac{t}{\tau_{bit0}}} = \frac{1}{2}$$

$$-\frac{t}{\tau_{bit0}} = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\boxed{t = -\ln\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \tau_{bit0} \quad \therefore \quad t = 0{,}693 \cdot \tau_{bit0}}$$

$$\tau_{bit0} = R_b C$$

Estudo de caso 1 – LM555



O período representa a soma dos tempos no nível alto e baixo

$$\tau_{bit1} = 0,6935 \cdot (R_a + R_b) \cdot C$$

$$\tau_{bit0} = 0,6935 \cdot R_b \cdot C$$

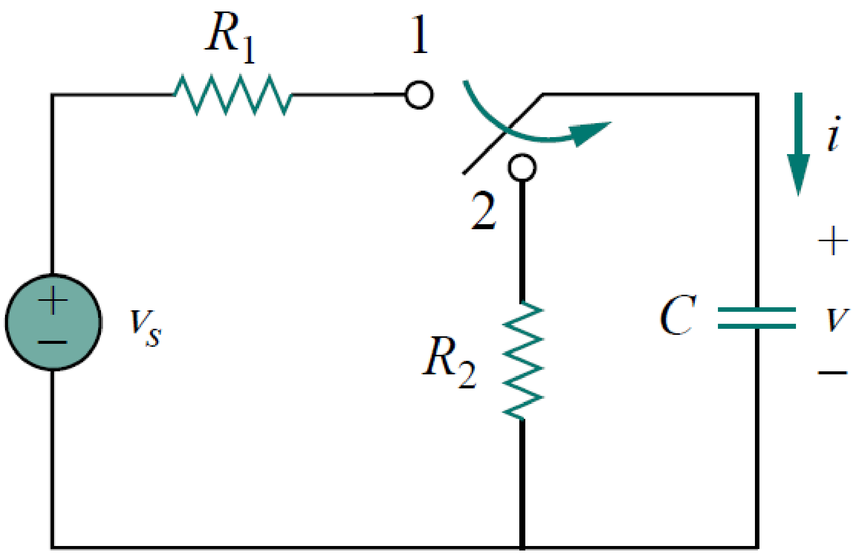
$$T = 0,693 \cdot (R_a + R_b) \cdot C + 0,693 \cdot R_b \cdot C$$

$$T = 0,693 \cdot (R_a + 2 \cdot R_b) \cdot C$$

$$\boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{1,44}{(R_a + 2 \cdot R_b) \cdot C}}$$

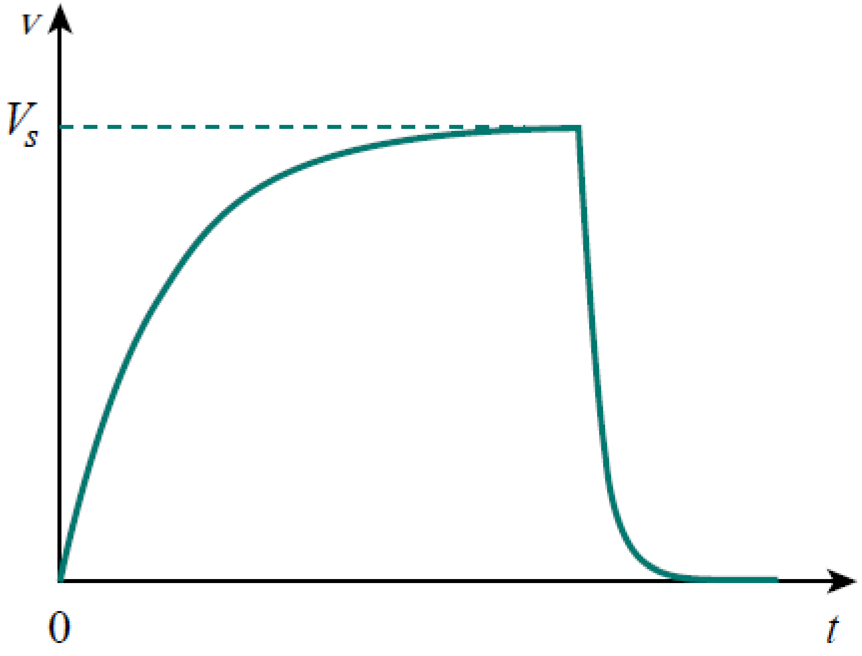
Estudo de caso 2 – flash para câmeras fotográficas

A figura abaixo traz um exemplo de um flash fotográfico. Basicamente trata-se de uma fonte de alta tensão (Ainda estudaremos como alcançar altas tensões), um resistor R1 de carga (alto valor de resistência), um resistor R2 (baixa resistência – representando a lâmpada) e um capacitor C, encarregado de transferir energia para o flash de forma muito acelerada.

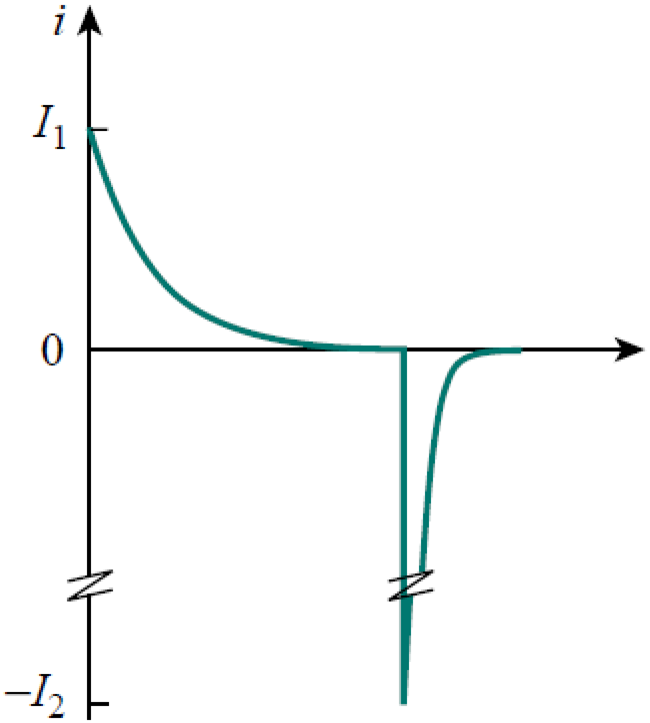


Estudo de caso 2 – flash para câmeras fotográficas

A corrente de pico na descarga do flash é extremamente maior que a corrente de pico.
Porque?



(a)

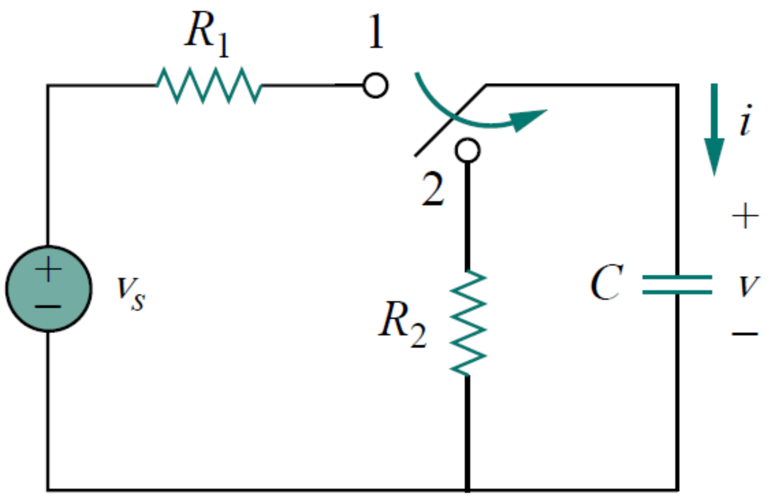


(b)

Estudo de caso 2 – flash para câmeras fotográficas

Exercício: Considere que: $V_s = 240V$ $R_1 = 6K\Omega$ $R_2 = 12\Omega$ $C = 2000\mu F$

Tempo para carga e descarga: $\boldsymbol{5\tau}$



Questão 1: A corrente de pico da carga? **($\boldsymbol{40mA}$)**

Questão 2: O tempo de carga? **($\boldsymbol{1\ minuto}$)**

Questão 3: O pico de corrente da descarga? **($\boldsymbol{20A}$)**

Questão 4: A energia total armazenada no capacitor? **(57,6$\boldsymbol{J}$)**

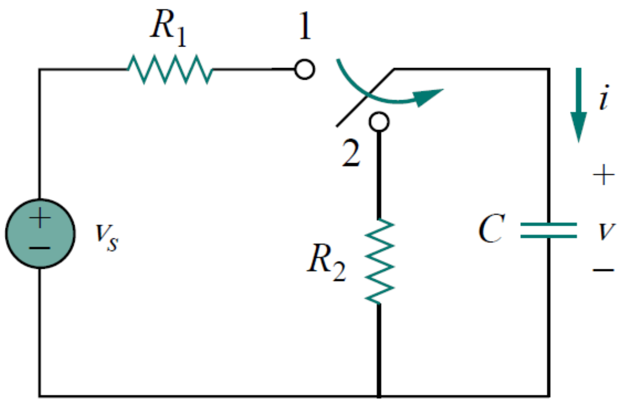
Questão 5: Tempo para descarregar? **($\boldsymbol{0,12s}$)**

Questão 6: Potência média dissipada pela lâmpada? **($\boldsymbol{480W}$)**

Estudo de caso 2 – flash para câmeras fotográficas

Exercício: Considere que: $V_s = 240V$ $R_1 = 6K\Omega$ $R_2 = 12\Omega$

Tempo para carga e descarga: $\mathbf{5\tau}$ $C = 2000\mu F$



Questão 1: A corrente de pico da carga?

$$\boldsymbol{I_1 = \frac{V_s}{R_1} = \frac{240}{6K} = 40mA}$$

Questão 2: O tempo de carga?

$$\boldsymbol{t_{carga} = 5 \cdot R_1 C = 5 \cdot 6K \cdot 2000\mu = 60s}$$

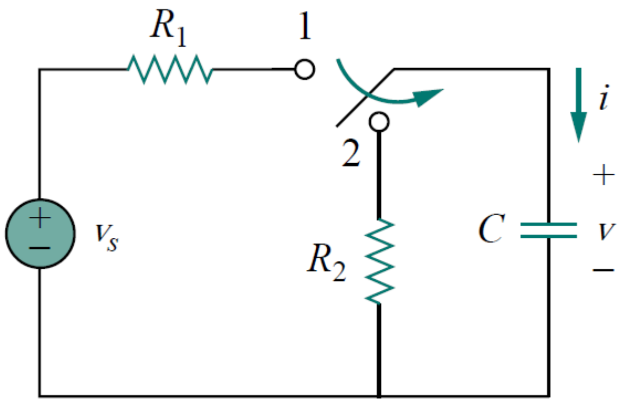
Questão 3: O pico de corrente da descarga?

$$\boldsymbol{I_2 = \frac{V_s}{R_2} = \frac{240}{12} = 20A}$$

Estudo de caso 2 – flash para câmeras fotográficas

Exercício: Considere que: $V_s = 240V$ $R_1 = 6K\Omega$ $R_2 = 12\Omega$

Tempo para carga e descarga: $\boldsymbol{5\tau}$ $C = 2000\mu F$



Questão 4: A energia total armazenada no capacitor?

$$\boldsymbol{w = \frac{1}{2}Cv^2 = \frac{1}{2} \cdot 2000\mu \cdot 240^2 = 57,6J}$$

Questão 5: Tempo para descarregar?

$$\boldsymbol{t_{descarga} = 5 \cdot R_2 C = 5 \cdot 12 \cdot 2000\mu = 0,12s}$$

Questão 6: Potência média dissipada pela lâmpada?

$$\boldsymbol{P_{med} = \frac{w}{t_{descarga}} = \frac{57,6}{0,12} = 480W}$$

Estudo de caso 2– Flash de câmera